По заданной системе дифференциальных уравнений, описывающих работу системы автоматического управления (САУ) необходимо:

1. Составить структурную схему САУ.
2. Найти передаточную функцию разомкнутой системы $W_p(p) = \dfrac{X_{ВЫХ}(p)}{X_{ВХ}(p)}$, используя правила структурных преобразований.
3. Построить асимптотическую логарифмическую амплитудно-частотную (ЛАЧХ) и логарифмическую фазо-частотную характеристики (ЛФЧХ) и амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФХ) разомкнутой САУ.
4. Проверить правильность выполнения п.3, построив ЛАЧХ, ЛФЧХ и АФХ с помощью пакета прикладных программ MathCAD;
5. Найти передаточную функцию замкнутой САУ и оценить ее устойчивость с помощью критериев Найквиста и Гурвица, а также с помощью необходимого и достаточного условия устойчивости, найти предельный коэффициент усиления.
6. Построить временные характеристики (переходную и весовую) замкнутой системы;
7. Смоделировать замкнутую систему в Simulink Matlab и построить переходную и весовую функцию системы; сравнить полученные характеристики с характеристиками, полученными в п.6.
8. Определить установившиеся значения сигнала δ при подаче на вход САУ воздействий в виде единичного скачка Хвх=1(t) и линейно возрастающего сигнала Хвх=1(t)·t. Сравнить определенные значения со значениями, полученными по модели системы в Simulink Matlab.

4

$$
\begin{cases}
\delta = X_{BX} - X_7 \\
X_7 = K_7(X_5 + X_6) \\
T_1 \dfrac{dX_1}{dt} + X_1 = K_1 \cdot \delta \\
T_2 \dfrac{dX_2}{dt} + X_2 = K_2 \cdot X_1 \\
T_3 \dfrac{d^2 X_3}{dt^2} + \dfrac{dX_3}{dt} = K_3 \cdot X_2 \\
X_4 = K_4 \cdot X_1 \\
X_{BЫX} = X_3 + X_4 \\
X_5 = K_5 \dfrac{dX_{BЫX}}{dt} \\
X_6 = K_6 \cdot X_{BЫX} \\
K_1 = 0{,}2 \quad K_2 = 0{,}05 \quad K_3 = 100 \quad K_4 = 10 \quad K_5 = 2 \\
K_6 = 5 \quad T_1 = 0{,}2c \quad T_2 = 2c \quad T_3 = 5c
\end{cases}
$$

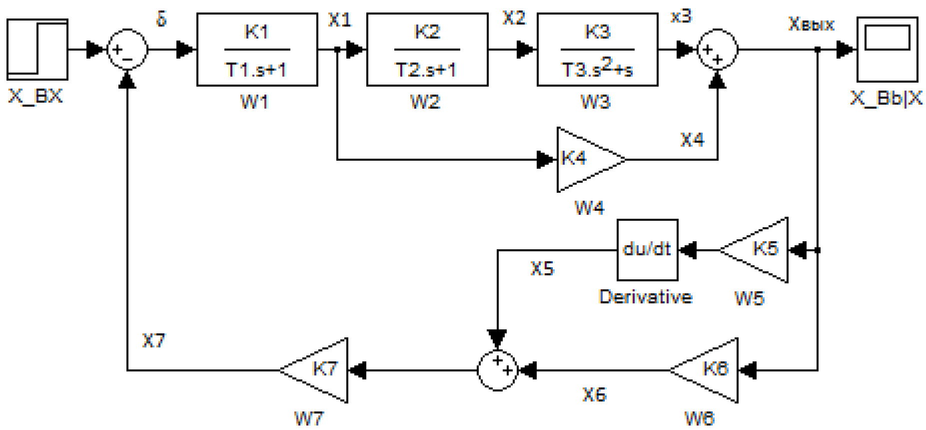
Решение

Задание 1

Зная диф. уравнения объектов, запишем уравнения в операторной форме:

$$\delta(p) = X_{BX}(p) - X_7(p)$$
$$X_7(p) = \left[X_5(p) + X_6(p)\right] \cdot K_7$$
$$X_1(p) = \frac{K_1}{T_1 \cdot p + 1} \times \delta(p)$$
$$X_2(p) = \frac{K_2}{T_2 \cdot p + 1} \times X_1(p)$$
$$X_3(p) = \frac{K_3}{T_3 \cdot p^2 + p} \times X_2(p)$$
$$X_4(p) = K_4 \times X_1(p)$$
$$X_{Bb|X}(p) = X_3(p) + X_4(p)$$
$$X_5(p) = K_5 \cdot p \times X_{Bb|X}(p)$$
$$X_6(p) = K_6 \times X_{Bb|X}(p)$$

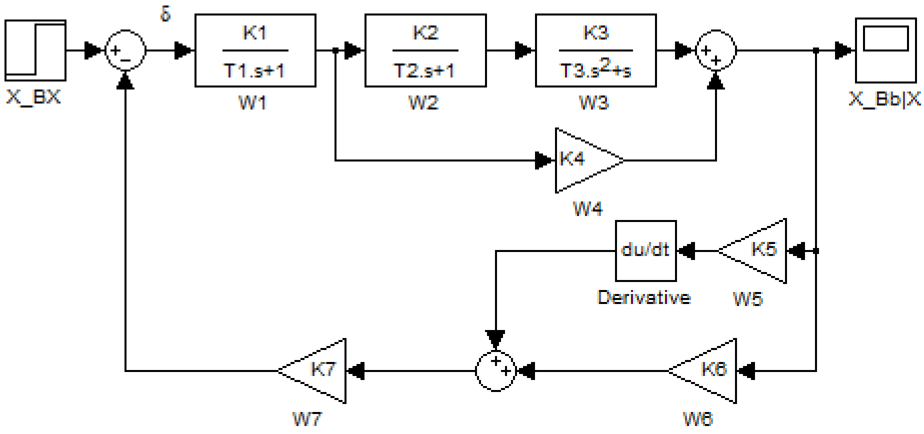
На основании системы уравнений формируем структурную схему:



Примечание. В пакете MatLAB оператор Лапласа обозначается буквой s, а не p. Для дальнейших расчётов также будем использовать s.

Задание 2

Методом структурных преобразований упростим схему и сведём к одноконтурной.



Эквивалентная ПФ последовательно соединённых звеньев W2 и W3 соединена параллельно со звеном W4. Эквивалентная ПФ данного контура:

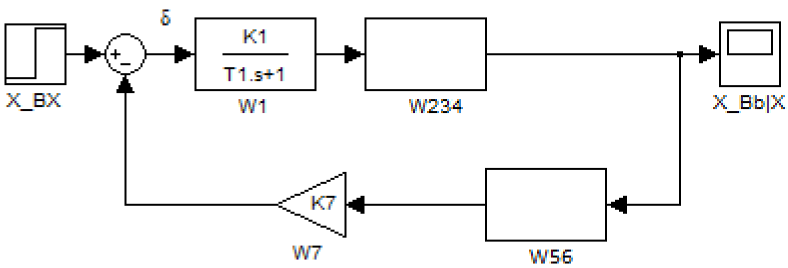
$$W234(s) := \frac{K2}{T2 \cdot s + 1} \cdot \frac{K3}{T3 \cdot s^2 + s} + K4$$

$$W234(s) \text{ collect}, s \;\rightarrow\; \frac{K4 \cdot T2 \cdot T3 \cdot s^3 + (K4 \cdot T2 + K4 \cdot T3) \cdot s^2 + K4 \cdot s + K2 \cdot K3}{T2 \cdot T3 \cdot s^3 + (T2 + T3) \cdot s^2 + s}$$

Звенья W5 и W6 соединены параллельно; эквивалентная ПФ контура определяется как сумма ПФ отдельных звеньев:

$$W56(s) := K5 \cdot s + K6$$

В результате схема примет вид:



Эквивалентная ПФ разомкнутой системы определяется как произведение ПФ всех звеньев, последовательно включённых в замкнутый контур:

$$W_{раз}(s) := W1(s)\cdot W234(s)\cdot W56(s)\cdot W7(s)$$

$$W_{раз}(s) := \frac{K1}{T1\cdot s+1}\cdot\frac{K4\cdot T2\cdot T3\cdot s^3+(K4\cdot T2+K4\cdot T3)\cdot s^2+K4\cdot s+K2\cdot K3}{T2\cdot T3\cdot s^3+(T2+T3)\cdot s^2+s}\cdot(K5\cdot s+K6)\cdot K7$$

$$\frac{K1\cdot K4\cdot K5\cdot K7\cdot T2\cdot T3\cdot s^4+(K1\cdot K4\cdot K5\cdot K7\cdot T2+K1\cdot K4\cdot K5\cdot K7\cdot T3+K1\cdot K4\cdot K6\cdot K7\cdot T2\cdot T3)\cdot s^3+(K1\cdot K4\cdot K5\cdot K7+K1\cdot K4\cdot K6\cdot K7\cdot T2+K1\cdot K4\cdot K6\cdot K7\cdot T3)\cdot s^2+(K1\cdot K4\cdot K6\cdot K7+K1\cdot K2\cdot K3\cdot K5\cdot K7)\cdot s+K1\cdot K2\cdot K3\cdot K6\cdot K7}{T1\cdot T2\cdot T3\cdot s^4+(T1\cdot T2+T1\cdot T3+T2\cdot T3)\cdot s^3+(T1+T2+T3)\cdot s^2+s}$$

Эквивалентная ПФ замкнутой системы:

$$W_{зам}(s) := \frac{W1(s)\cdot W234(s)}{1+W1(s)\cdot W234(s)\cdot W56(s)\cdot W7(s)}$$

$$W_{зам}(s) := \frac{\dfrac{K1}{T1\cdot s+1}\cdot\dfrac{K4\cdot T2\cdot T3\cdot s^3+(K4\cdot T2+K4\cdot T3)\cdot s^2+K4\cdot s+K2\cdot K3}{T2\cdot T3\cdot s^3+(T2+T3)\cdot s^2+s}}{1+\dfrac{K1}{T1\cdot s+1}\cdot\dfrac{K4\cdot T2\cdot T3\cdot s^3+(K4\cdot T2+K4\cdot T3)\cdot s^2+K4\cdot s+K2\cdot K3}{T2\cdot T3\cdot s^3+(T2+T3)\cdot s^2+s}\cdot(K5\cdot s+K6)\cdot K7}$$

$$\frac{K1\cdot K4\cdot T2\cdot T3\cdot s^3+(K1\cdot K4\cdot T2+K1\cdot K4\cdot T3)\cdot s^2+K1\cdot K4\cdot s+K1\cdot K2\cdot K3}{(T1\cdot T2\cdot T3+K1\cdot K4\cdot K5\cdot K7\cdot T2\cdot T3)\cdot s^4+(T1\cdot T2+T1\cdot T3+T2\cdot T3+K1\cdot K4\cdot K5\cdot K7\cdot T2+K1\cdot K4\cdot K5\cdot K7\cdot T3+K1\cdot K4\cdot K6\cdot K7\cdot T2\cdot T3)\cdot s^3+(T1+T2+T3+K1\cdot K4\cdot K5\cdot K7+K1\cdot K4\cdot K6\cdot K7\cdot T2+K1\cdot K4\cdot K6\cdot K7\cdot T3)\cdot s^2+(K1\cdot K4\cdot K6\cdot K7+K1\cdot K2\cdot K3\cdot K5\cdot K7+1)\cdot s+K1\cdot K2\cdot K3\cdot K6\cdot K7}$$

Подставляем числовые коэффициенты и записываем ПФ в окончательном виде.

Примечание. Коэффициент K7 в МУ не задан; примем K7 = 7.

$K1 := 0.2 \quad K2 := 0.05 \quad K3 := 100 \quad K4 := 10 \quad K5 := 2 \quad K6 := 5 \quad K7 := 7$

$T1 := 0.2 \quad T2 := 2 \quad T3 := 5$

$$W_{раз}(s) := \frac{280.0\cdot s^4+896.0\cdot s^3+518.0\cdot s^2+84.0\cdot s+35.0}{2.0\cdot s^4+11.4\cdot s^3+7.2\cdot s^2+s}$$

$$W_{зам}(s) := \frac{20.0\cdot s^3+14.0\cdot s^2+2.0\cdot s+1.0}{282.0\cdot s^4+907.4\cdot s^3+525.2\cdot s^2+85.0\cdot s+35.0}$$

Задание 3

В задании 2 мы нашли ПФ разомкнутой системы.

$$Wраз(s) := \frac{280.0 \cdot s^4 + 896.0 \cdot s^3 + 518.0 \cdot s^2 + 84.0 \cdot s + 35.0}{2.0 \cdot s^4 + 11.4 \cdot s^3 + 7.2 \cdot s^2 + s}$$

Представим ПФ разомкнутой системы в виде последовательного соединения типовых динамических звеньев:

$$Wp(s) := \frac{280 \cdot (s + 2.5) \cdot (s + 0.6629267004850700951 3) \cdot \left(s^2 + 0.0370732995149299048 74 \cdot s + 0.0754231198764727685 09\right)}{2 \cdot s \cdot (s + 5) \cdot (s + 0.2) \cdot (s + 0.5)}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$Wp(s) := \frac{280 \cdot 2.5 \cdot 0.66292670048507009513 \cdot 0.075423119876472768509 \cdot (0.4 \cdot s + 1) \cdot (1.51 \cdot s + 1) \cdot \left(13.258 \cdot s^2 + 0.491 \cdot s + 1\right)}{2 \cdot 5 \cdot 0.2 \cdot 0.5 \cdot s \cdot (0.2 \cdot s + 1) \cdot (5 \cdot s + 1) \cdot (2 \cdot s + 1)}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$Wp(s) := \frac{35 \cdot (0.4 \cdot s + 1) \cdot (1.51 \cdot s + 1) \cdot \left(13.258 \cdot s^2 + 0.491 \cdot s + 1\right)}{s \cdot (0.2 \cdot s + 1) \cdot (5 \cdot s + 1) \cdot (2 \cdot s + 1)}$$

В состав системы входят следующие звенья:

1) Пропорциональное звено с коэффициентом передачи K = 35
2) Форсирующее звено 1 порядка с постоянной времени T = 0,4
3) Форсирующее звено 1 порядка с постоянной времени T = 1,51
4) Форсирующее звено 2 порядка
5) Идеальное интегрирующее звено 1/s
6) Апериодическое звено 1 порядка с постоянной времени T = 0,2
7) Апериодическое звено 1 порядка с постоянной времени T = 5
8) Апериодическое звено 1 порядка с постоянной времени T = 2

Запишем уравнения асимптотических ЛАЧХ каждого звена:

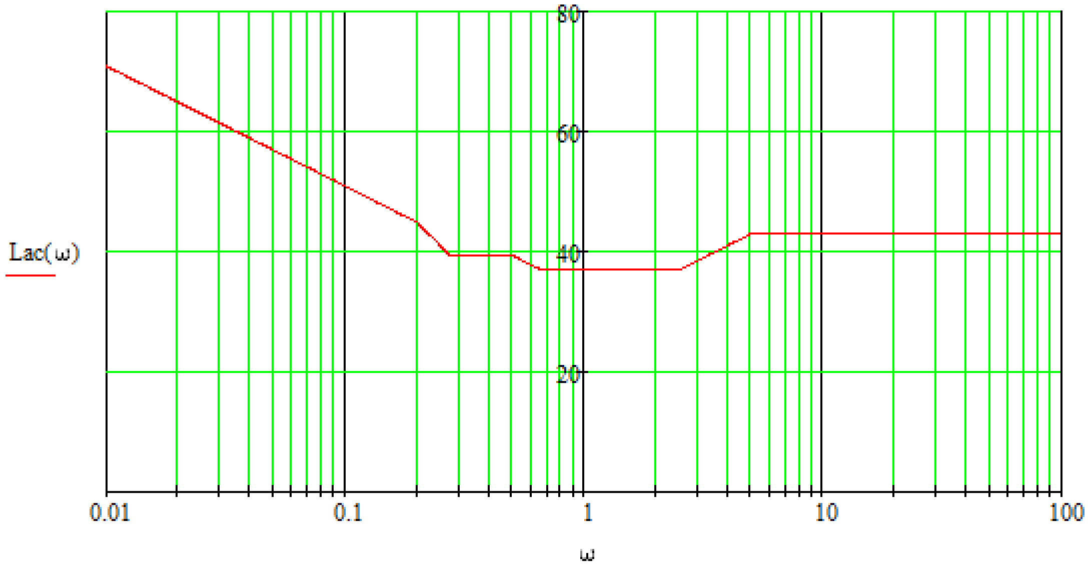
$L1(\omega) := 20 \cdot \log(35)$ $\quad L2(\omega) := \begin{cases} 0 & \text{if } \omega < \dfrac{1}{0.4} \\ 20 \cdot \log(0.4 \cdot \omega) & \text{otherwise} \end{cases}$ $\quad L3(\omega) := \begin{cases} 0 & \text{if } \omega < \dfrac{1}{1.51} \\ 20 \cdot \log(1.51 \cdot \omega) & \text{otherwise} \end{cases}$

$L4(\omega) := \begin{cases} 0 & \text{if } \omega < \dfrac{1}{\sqrt{13.258}} \\ 40 \cdot \log(\sqrt{13.258} \cdot \omega) & \text{otherwise} \end{cases}$ $\quad L5(\omega) := 20 \cdot \log\left(\dfrac{1}{\omega}\right)$ $\quad L6(\omega) := \begin{cases} 0 & \text{if } \omega < \dfrac{1}{0.2} \\ 20 \cdot \log\left(\dfrac{1}{0.2 \cdot \omega}\right) & \text{otherwise} \end{cases}$

$L7(\omega) := \begin{cases} 0 & \text{if } \omega < \dfrac{1}{5} \\ 20 \cdot \log\left(\dfrac{1}{5 \cdot \omega}\right) & \text{otherwise} \end{cases}$ $\quad L8(\omega) := \begin{cases} 0 & \text{if } \omega < \dfrac{1}{2} \\ 20 \cdot \log\left(\dfrac{1}{2 \cdot \omega}\right) & \text{otherwise} \end{cases}$

Уравнение асимптотической ЛАЧХ системы может быть записано как сумма уравнений асимптотических ЛАЧХ отдельных звеньев:

$$Lac(\omega) := L1(\omega) + L2(\omega) + L3(\omega) + L4(\omega) + L5(\omega) + L6(\omega) + L7(\omega) + L8(\omega)$$



Далее запишем уравнения амплитудной частотной характеристики(АЧХ) и фазовой частотной характеристики для каждого звена:

$$A1(\omega) := 35 \qquad \varphi1(\omega) := 0$$

$$A2(\omega) := \sqrt{0.4^2 \cdot \omega^2 + 1} \qquad \varphi2(\omega) := \mathrm{atan}(0.4 \cdot \omega)$$

$$A3(\omega) := \sqrt{1.51^2 \cdot \omega^2 + 1} \qquad \varphi3(\omega) := \mathrm{atan}(1.51 \cdot \omega)$$

$$A4(\omega) := \sqrt{\left(1 - 13.258 \cdot \omega^2\right)^2 + (0.491 \cdot \omega)^2}$$

$$\varphi4(\omega) := \begin{cases} \mathrm{atan}\left[\dfrac{(0.491 \cdot \omega)}{1 - 13.258 \cdot \omega^2}\right] & \text{if } \omega < \dfrac{1}{\sqrt{13.258}} \\ \mathrm{atan}\left[\dfrac{(0.491 \cdot \omega)}{1 - 13.258 \cdot \omega^2}\right] + \pi & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$A5(\omega) := \frac{1}{\omega} \qquad \varphi5(\omega) := \frac{-\pi}{2}$$

$$A6(\omega) := \frac{1}{\sqrt{0.2^2 \cdot \omega^2 + 1}} \qquad \varphi6(\omega) := -\mathrm{atan}(0.2 \cdot \omega)$$

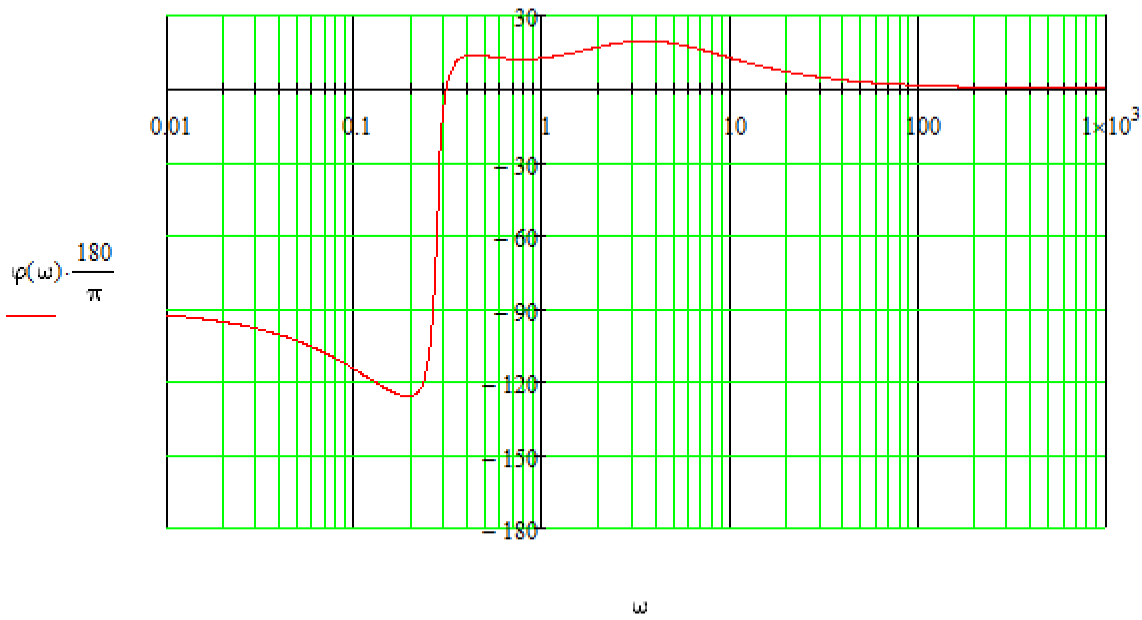
$$A7(\omega) := \frac{1}{\sqrt{5^2 \cdot \omega^2 + 1}} \qquad \varphi7(\omega) := -\mathrm{atan}(5 \cdot \omega)$$

$$A8(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2^2 \cdot \omega^2 + 1}} \qquad \varphi8(\omega) := -\mathrm{atan}(2 \cdot \omega)$$

ЛФЧХ системы может быть представлена как сумма ЛФЧХ отдельных звеньев:

$$\varphi(\omega) := \varphi1(\omega) + \varphi2(\omega) + \varphi3(\omega) + \varphi4(\omega) + \varphi5(\omega) + \varphi6(\omega) + \varphi7(\omega) + \varphi8(\omega)$$

Построим ЛФЧХ разомкнутой системы:



Примечание. Множитель 180/π введён для перевода величин ЛФЧХ из радиан в градусы.

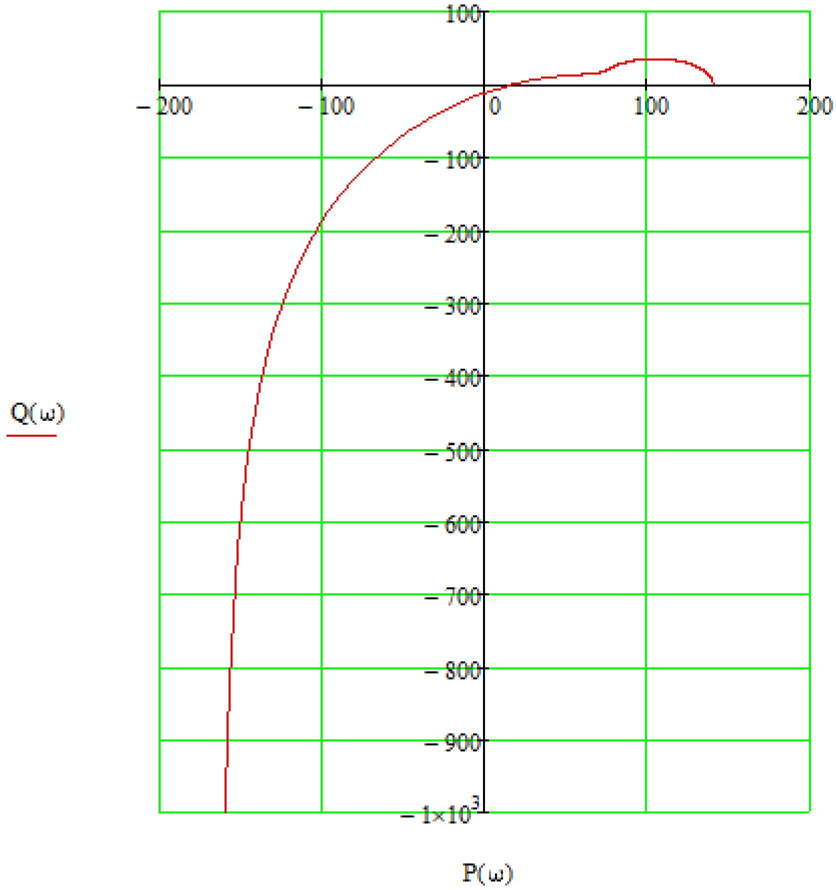
Амплитудно-частотная характеристика системы может быть представлена как произведение АЧХ отдельных звеньев:

$$A(\omega) := A1(\omega)\cdot A2(\omega)\cdot A3(\omega)\cdot A4(\omega)\cdot A5(\omega)\cdot A6(\omega)\cdot A7(\omega)\cdot A8(\omega)$$

Зная, что вещественная частотная характеристика (ВЧХ) – это проекция годографа АФЧХ на ось абсцисс, а мнимая частотная характеристика (ВЧХ) – это проекция годографа АФЧХ на ось ординат, запишем уравнения для расчёта ВЧХ и МЧХ:

$$P(\omega) := A(\omega)\cdot\cos(\varphi(\omega)) \qquad Q(\omega) := A(\omega)\cdot\sin(\varphi(\omega))$$

Откладывая по оси абсцисс ВЧХ, а по оси ординат МЧХ, строим годограф АФЧХ при изменении частоты ω от 0 до ∞:



Задание 4

В задании 2 мы нашли ПФ разомкнутой системы.

$$\text{Wpaз}(s) := \frac{280.0\cdot s^4 + 896.0\cdot s^3 + 518.0\cdot s^2 + 84.0\cdot s + 35.0}{2.0\cdot s^4 + 11.4\cdot s^3 + 7.2\cdot s^2 + s}$$

В задании 3 были построены частотные характеристики в пакете MathCAD. Эти характеристики были построены с использованием аналитических выражений для расчёта частотных характеристик.

Построим эти же характеристики, используя внутренние ресурсы пакета MathCAD:

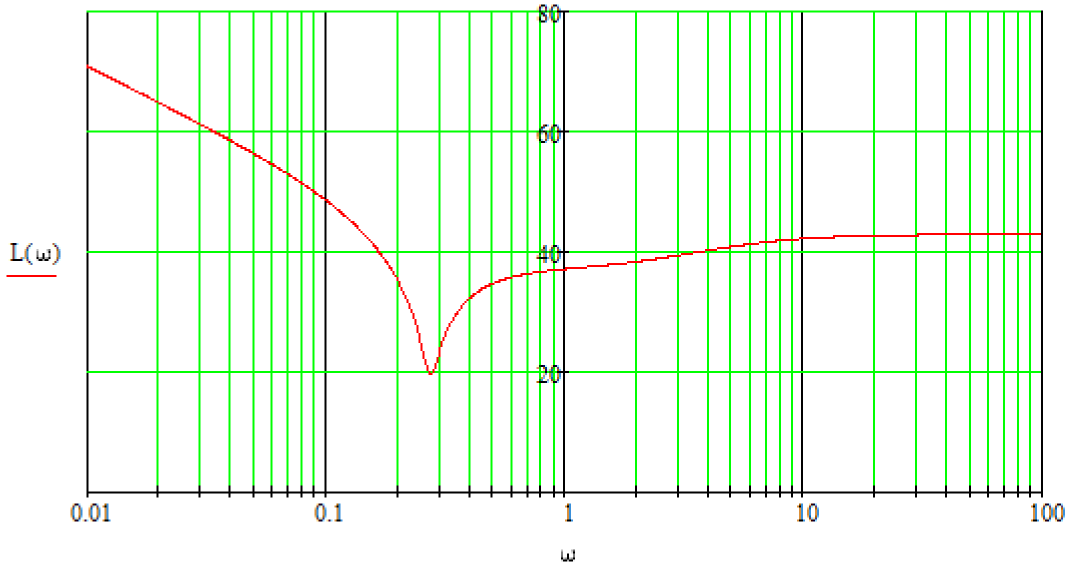
$$Wраз(s) := \frac{280.0 \cdot s^4 + 896.0 \cdot s^3 + 518.0 \cdot s^2 + 84.0 \cdot s + 35.0}{2.0 \cdot s^4 + 11.4 \cdot s^3 + 7.2 \cdot s^2 + s}$$

$$L(\omega) := 20 \cdot \log(|Wраз(\omega \cdot i)|) \qquad \varphi(\omega) := \arg(Wраз(\omega \cdot i)) \cdot \frac{180}{\pi}$$

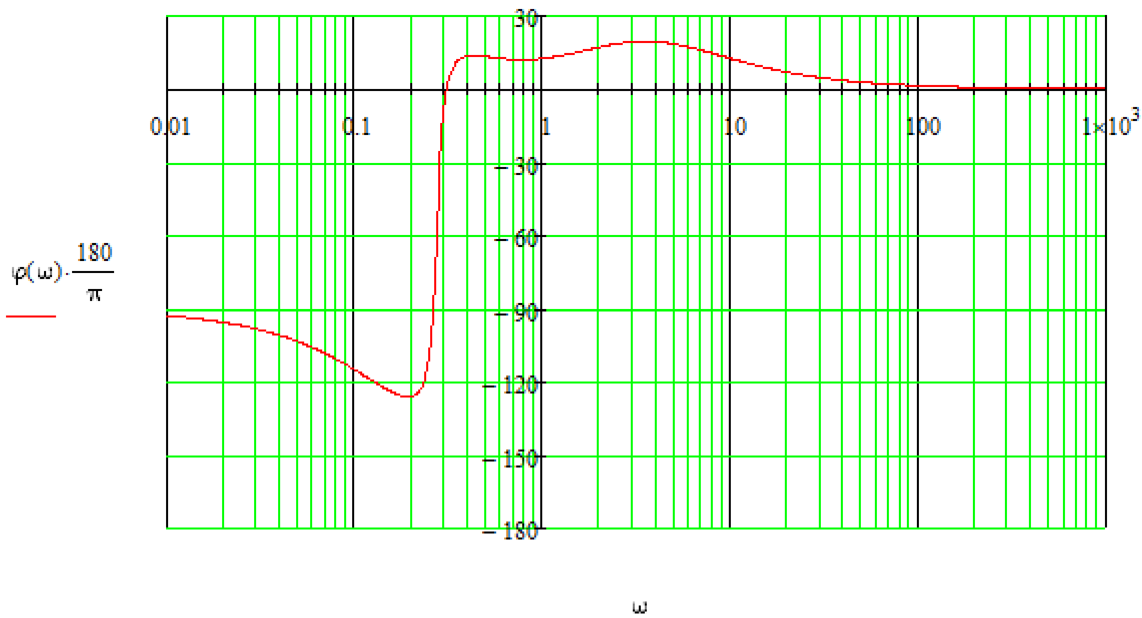
$$P(\omega) := Re(Wраз(\omega \cdot i)) \qquad Q(\omega) := Im(Wраз(\omega \cdot i))$$

Строим частотные характеристики:

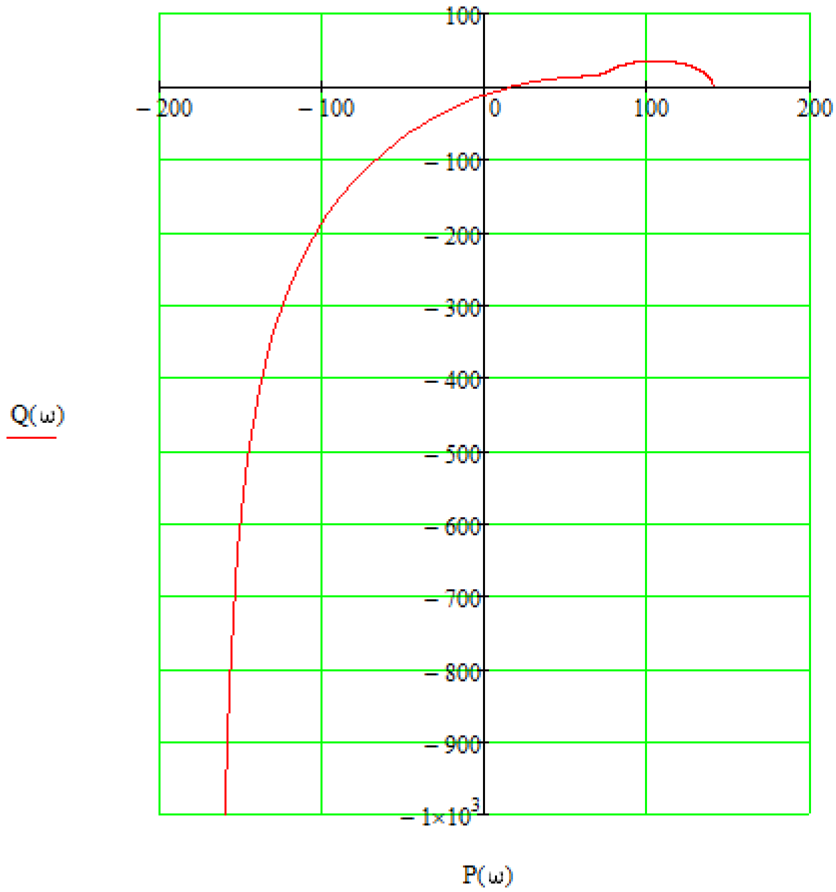
ЛАЧХ:



ЛФЧХ:



АФЧХ:



Частотные характеристики, рассчитанные аналитически, совпали с характеристиками, построенными с использованием внутренних ресурсов пакета MathCAD, что свидетельствует о правильности расчётов.

Примечание. Направленный вниз всплеск на графике реальной ЛАЧХ (вызванный звеном 2 порядка) не учитывался при построении асимптотической ЛАЧХ.

Задание 5

В задании 2 мы нашли ПФ замкнутой системы.

$$W_{зам}(s) := \frac{20.0 \cdot s^3 + 14.0 \cdot s^2 + 2.0 \cdot s + 1.0}{282.0 \cdot s^4 + 907.4 \cdot s^3 + 525.2 \cdot s^2 + 85.0 \cdot s + 35.0}$$

Оцениваем устойчивость замкнутой системы алгебраическим критерием Гурвица. Выделяем характеристический полином замкнутой системы – знаменатель ПФ:

$$A(s) := 282.0 \cdot s^4 + 907.4 \cdot s^3 + 525.2 \cdot s^2 + 85.0 \cdot s + 35.0$$

По необходимому условию Гурвица, все коэффициенты характеристического полинома должны быть положительными. Необходимое условие устойчивости выполняется.

По достаточному условию устойчивости, все определители матрицы Гурвица должны быть положительными. Формируем матрицу Гурвица:

Из коэффициентов характеристического уравнения замкнутой системы $a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n = 0$ составляется таблица, называемая матрицей Гурвица по следующему правилу:

1) по диагонали сверху вниз записываются все коэффициенты, начиная с a_1 до a_n в порядке возрастания индексов;

2) столбцы дополняются вверх коэффициентами с возрастающими индексами, вниз коэффициентами с убывающими индексами;

3) на месте коэффициентов с индексами больше n и меньше нуля проставляются нули.

Матрица Гурвица:

$$A(s) := 282.0 \cdot s^4 + 907.4 \cdot s^3 + 525.2 \cdot s^2 + 85.0 \cdot s + 35.0$$

$a0 := 282.0 \qquad a1 := 907.4 \qquad a2 := 525.2 \qquad a3 := 85 \qquad a4 := 35$

$$\Gamma := \begin{pmatrix} a1 & a3 & 0 & 0 \\ a0 & a2 & a4 & 0 \\ 0 & a1 & a3 & 0 \\ 0 & a0 & a2 & a4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 907.4 & 85 & 0 & 0 \\ 282.0 & 525.2 & 35 & 0 \\ 0 & 907.4 & 85 & 0 \\ 0 & 282.0 & 525.2 & 35 \end{pmatrix}$$

Рассчитываем определители матрицы Гурвица:

$$\Delta 1 := |(a1)| = 907.4 \qquad \Delta 2 := \left|\begin{pmatrix} a1 & a3 \\ a0 & a2 \end{pmatrix}\right| = 4.526 \times 10^{5} \qquad \Delta 3 := \left|\begin{pmatrix} a1 & a3 & 0 \\ a0 & a2 & a4 \\ 0 & a1 & a3 \end{pmatrix}\right| = 9.653 \times 10^{6}$$

$$\Delta 4 := \left|\begin{pmatrix} a1 & a3 & 0 & 0 \\ a0 & a2 & a4 & 0 \\ 0 & a1 & a3 & 0 \\ 0 & a0 & a2 & a4 \end{pmatrix}\right| = 3.378 \times 10^{8}$$

Определители всех 3 порядков матрицы Гурвица положительные, следовательно, замкнутая система устойчива.

Далее оцениваем устойчивость замкнутой системы по критерию Найквиста.

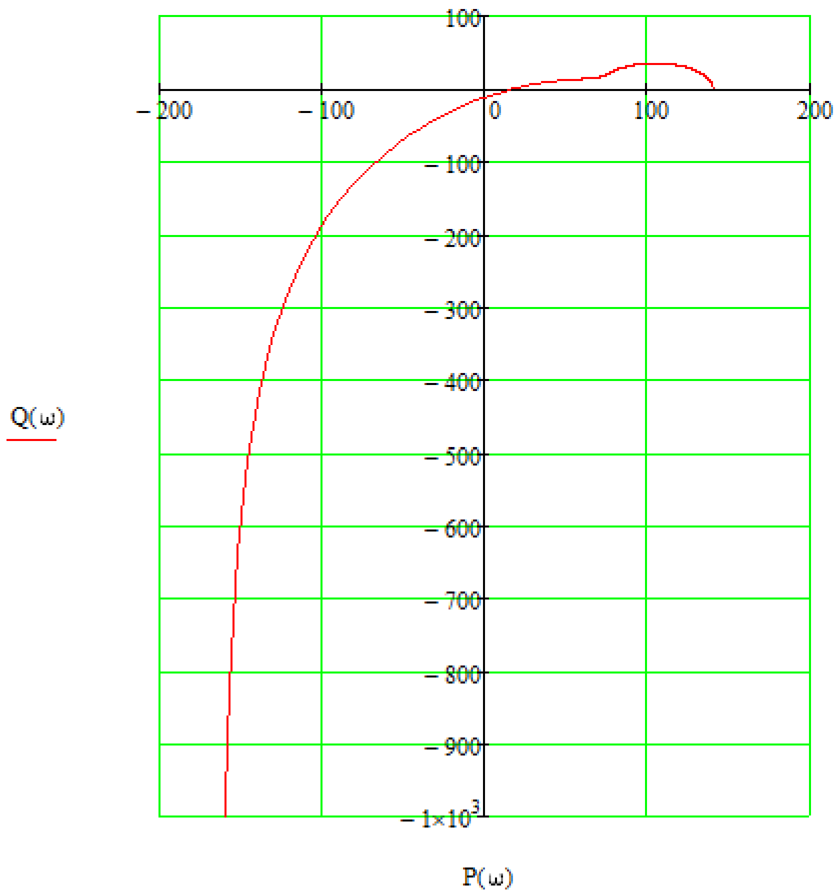
Запишем ПФ разомкнутой системы в виде типовых звеньев, найденной в задаче 3:

$$Wp(s) := \frac{35\cdot(0.4\cdot s + 1)\cdot(1.51\cdot s + 1)\cdot\left(13.258\cdot s^{2} + 0.491\cdot s + 1\right)}{s\cdot(0.2\cdot s + 1)\cdot(5\cdot s + 1)\cdot(2\cdot s + 1)}$$

Разомкнутая система находится на апериодической границе устойчивости, т.к. знаменатель разомкнутой системы представлен в виде трёх звеньев 1 порядка и интегратора.

Тогда, по критерию Найквиста, замкнутая система будет устойчива, если годограф АФЧХ разомкнутой системы не будет охватывать точку (-1; j0).

Анализируя построенный в заданиях 3 и 4 годограф АФЧХ



Определяем, что годограф не охватывает точку (-1; j0), следовательно, замкнутая система устойчива.

По необходимому и достаточному условию, для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического полинома замкнутой системы лежали в левой полуплоскости, т.е. имели отрицательную вещественную часть.

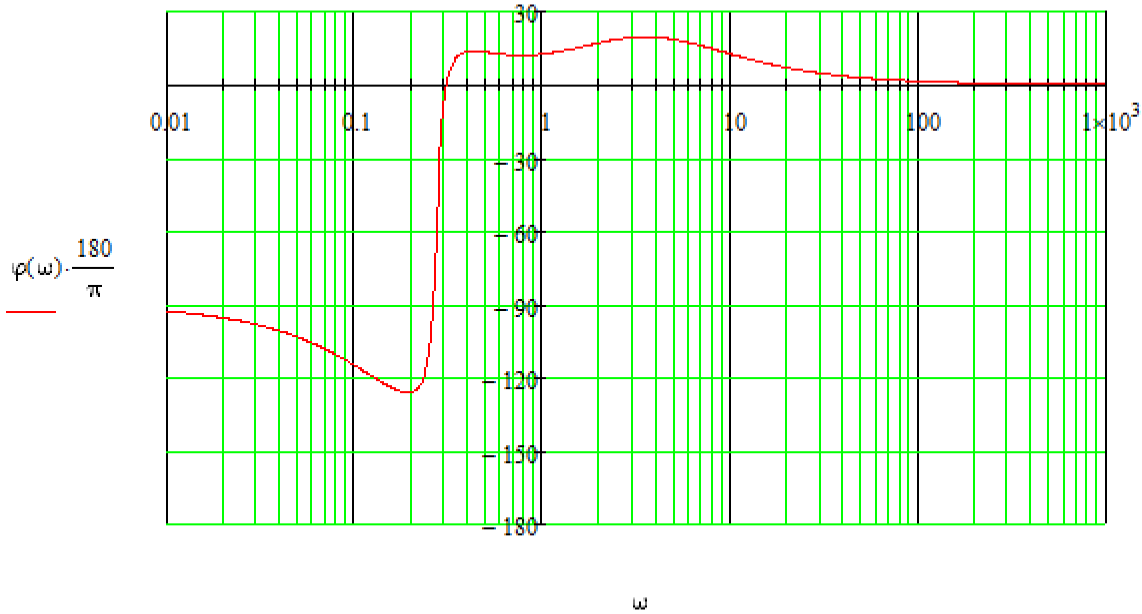
$$A(s) := 282.0 \cdot s^4 + 907.4 \cdot s^3 + 525.2 \cdot s^2 + 85.0 \cdot s + 35.0$$

$$A(s) \text{ solve}, s \rightarrow \begin{pmatrix} -2.517805564683406646 \\ -0.66122890933094925128 \\ -0.019348011219772405976 + 0.27235121661931350 72i \\ -0.019348011219772405976 - 0.2723512166193135072i \end{pmatrix}$$

Необходимое и достаточное условие выполняется, следовательно, замкнутая система будет устойчива.

По логарифмическому критерию, замкнутая система устойчива, если на частоте среза ЛАЧХ разомкнутой системы значение ЛФЧХ разомкнутой системы составляет: $\varphi(\omega) > -180^{o}$

Анализируя график ЛФЧХ



Определяем, что ЛФЧХ не опускается ниже уровня -180^{o}, следовательно, замкнутая система будет устойчива при любых положительных коэффициентах передачи.

Задание 6

Чтобы найти уравнение переходной характеристики h(t), нужно домножить ПФ на 1/s (изображение единичного ступенчатого сигнала по Лапласу) и выполнить обратные преобразования Лапласа полученного выражения:

$$W_{зам}(s) := \frac{20.0\cdot s^{3} + 14.0\cdot s^{2} + 2.0\cdot s + 1.0}{282.0\cdot s^{4} + 907.4\cdot s^{3} + 525.2\cdot s^{2} + 85.0\cdot s + 35.0}$$

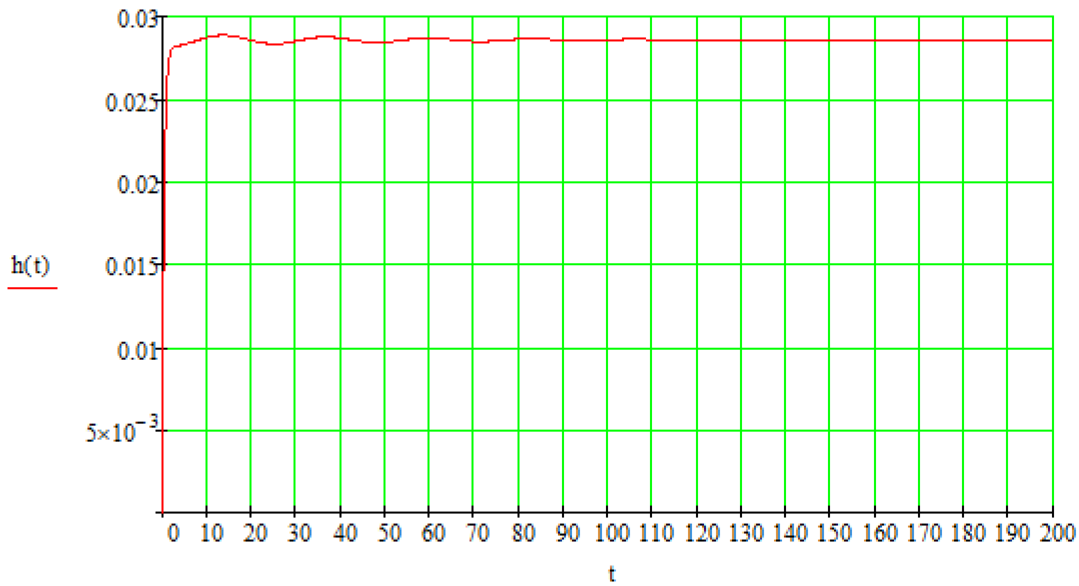
$$h(t) := \frac{W_{зам}(s)}{s} \text{ invlaplace } \rightarrow$$

$$0.028571428571428571429 - 0.000098477220294371913561\cdot e^{-0.66122890933094925128\cdot t}$$

$$- 0.00030844053990365117301 \cdot e^{-0.019348011219772405976 \cdot t} \cdot \cos(0.27235121661931350 72 \cdot t)$$

$$- 0.00022713292146497509704 \cdot e^{-0.019348011219772405976 \cdot t} \cdot \sin(0.27235121661931350 72 \cdot t)$$

$$- 0.028164510811230548342 \cdot e^{-2.517805564683406646 \cdot t}$$



Чтобы найти уравнение весовой характеристики w(t), нужно выполнить обратные преобразования Лапласа исходной ПФ:

$$W_{зам}(s) := \frac{20.0 \cdot s^3 + 14.0 \cdot s^2 + 2.0 \cdot s + 1.0}{282.0 \cdot s^4 + 907.4 \cdot s^3 + 525.2 \cdot s^2 + 85.0 \cdot s + 35.0}$$

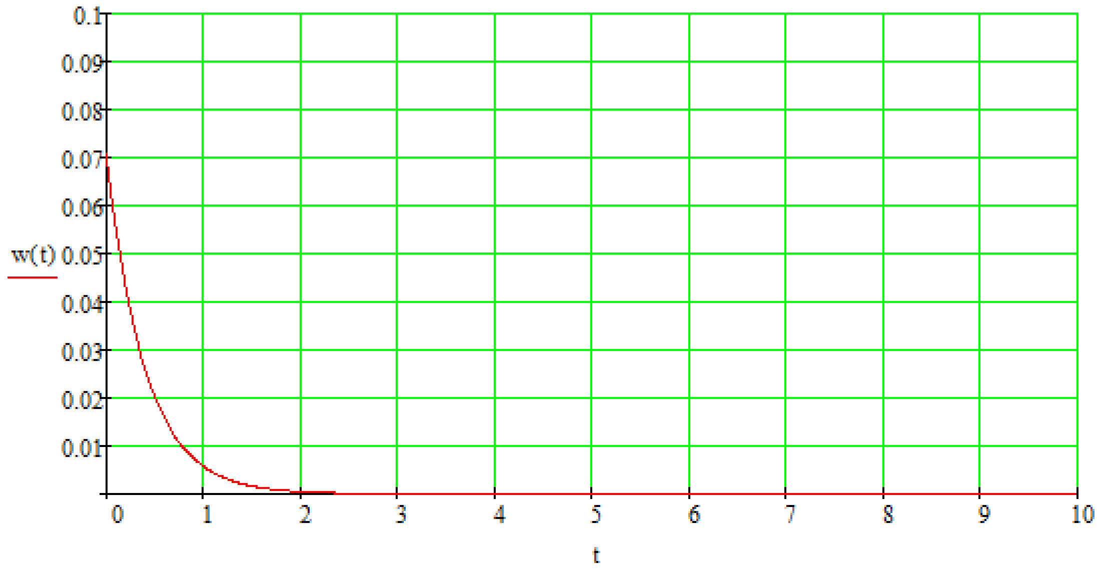
$$w(t) := W_{зам}(s) \text{ invlaplace } \rightarrow$$

$$0.070912762047102242172 \cdot e^{-2.517805564683406646 \cdot t}$$

$$+ 0.000065115984969191161569 \cdot e^{-0.66122890933094925128 \cdot t}$$

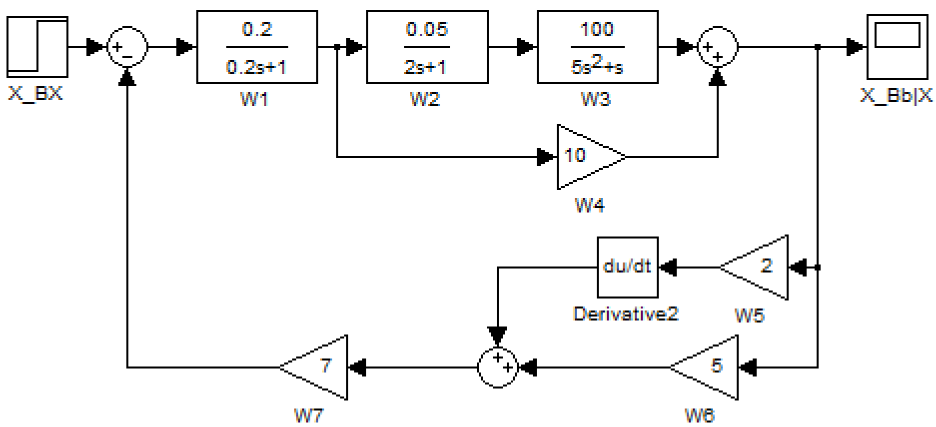
$$- 0.000055892216468596453891 \cdot e^{-0.019348011219772405976 \cdot t} \cdot \cos(0.27235121661931350 72 \cdot t)$$

$$+ 0.000088398726610361335259 \cdot e^{-0.019348011219772405976 \cdot t} \cdot \sin(0.27235121661931350 72 \cdot t)$$

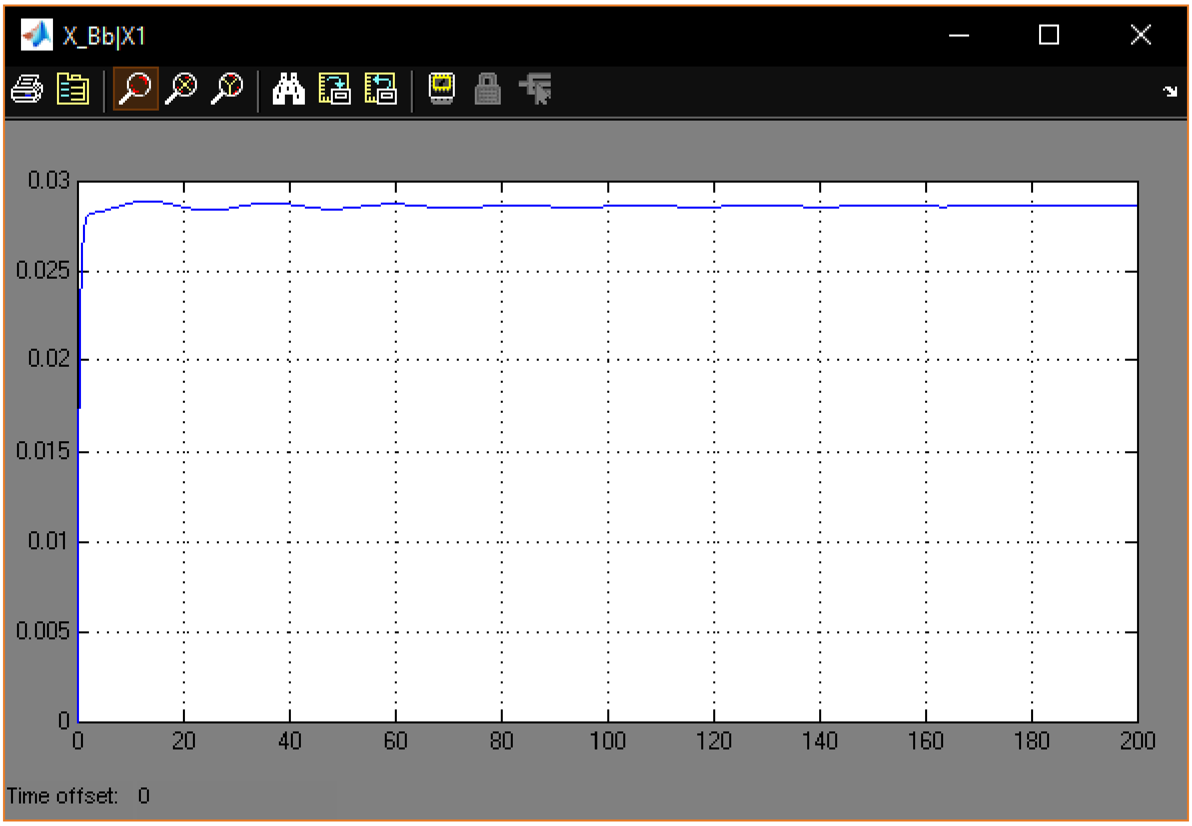


Задание 7

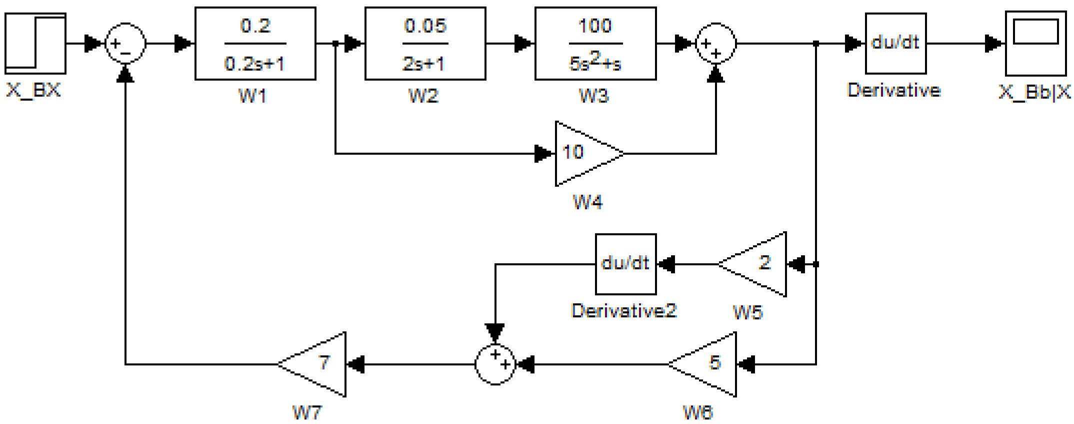
Построим временные характеристики замкнутой системы с использованием MatLAB Simulink.

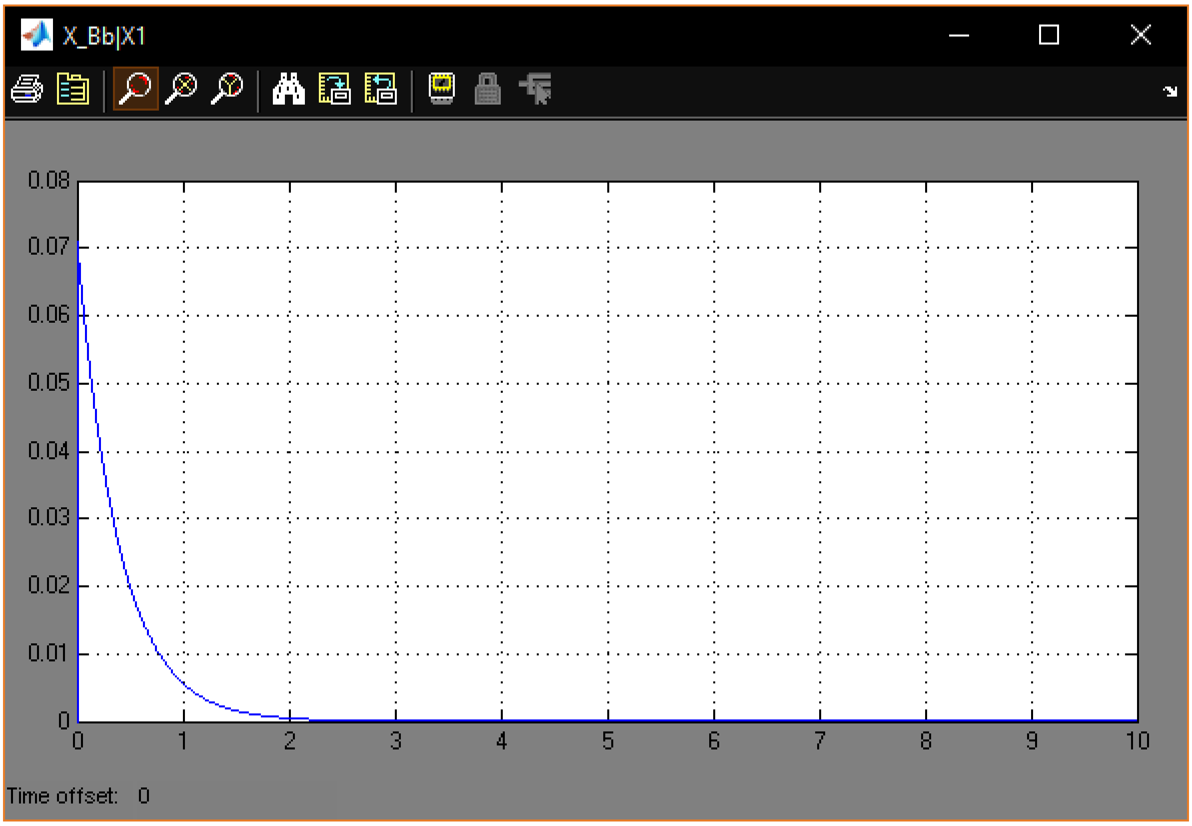


Построим переходную характеристику:



Для построения весовой характеристики нужно добавить блок derivative перед осциллографом:





Переходная и импульсная характеристики исходной структурной схемы и эквивалентной ей ПФ замкнутой системы совпадают, что свидетельствует о правильности расчётов.

Задание 8

Определим установившееся значение сигнала δ.

Зная ПФ разомкнутой системы, находим ПФ замкнутой системы по каналу δ:

$$\mathrm{Wраз}(s) := \frac{280.0 \cdot s^4 + 896.0 \cdot s^3 + 518.0 \cdot s^2 + 84.0 \cdot s + 35.0}{2.0 \cdot s^4 + 11.4 \cdot s^3 + 7.2 \cdot s^2 + s}$$

$$W\delta(s) := \frac{1}{1 + \mathrm{Wраз}(s)}$$

Определяем установившиеся значения системы по выходу δ:

При подаче на вход константы:

$$C0 := \lim_{s \to 0} \left(W\delta(s) \cdot s \cdot \frac{1}{s} \right) \to 0$$

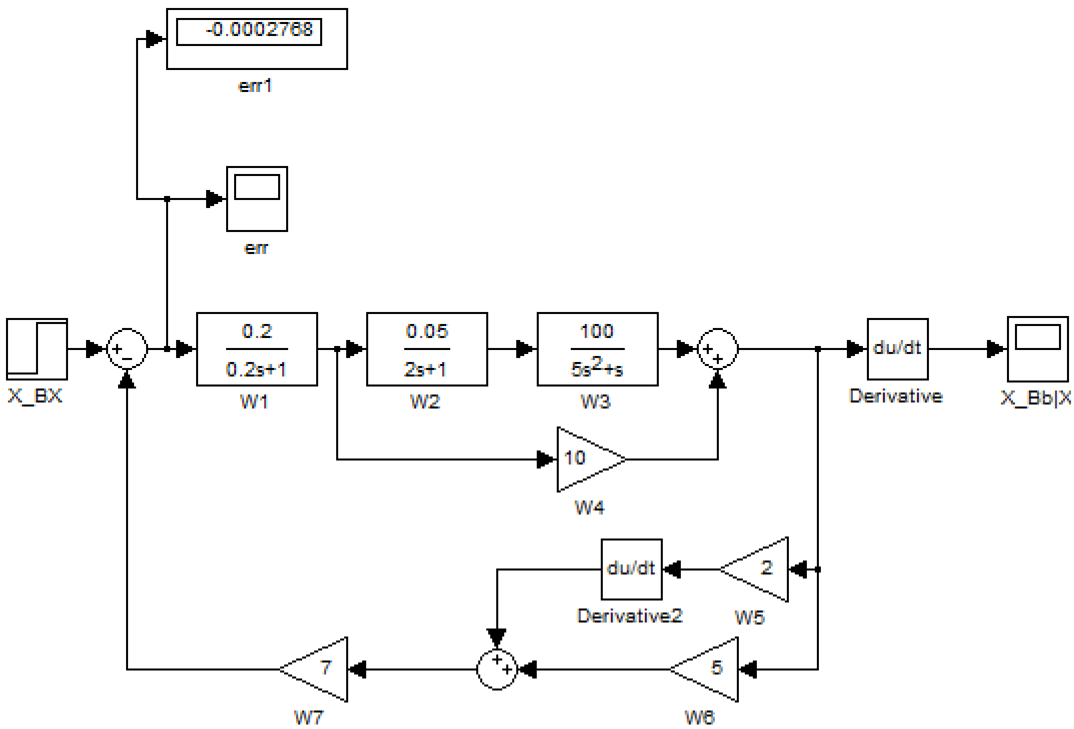
В этой формуле $W_\delta(s)$ – найденная ПФ по выходу δ; s – оператор Лапласа; 1/s – изображение единичного ступенчатого сигнала по Лапласу.

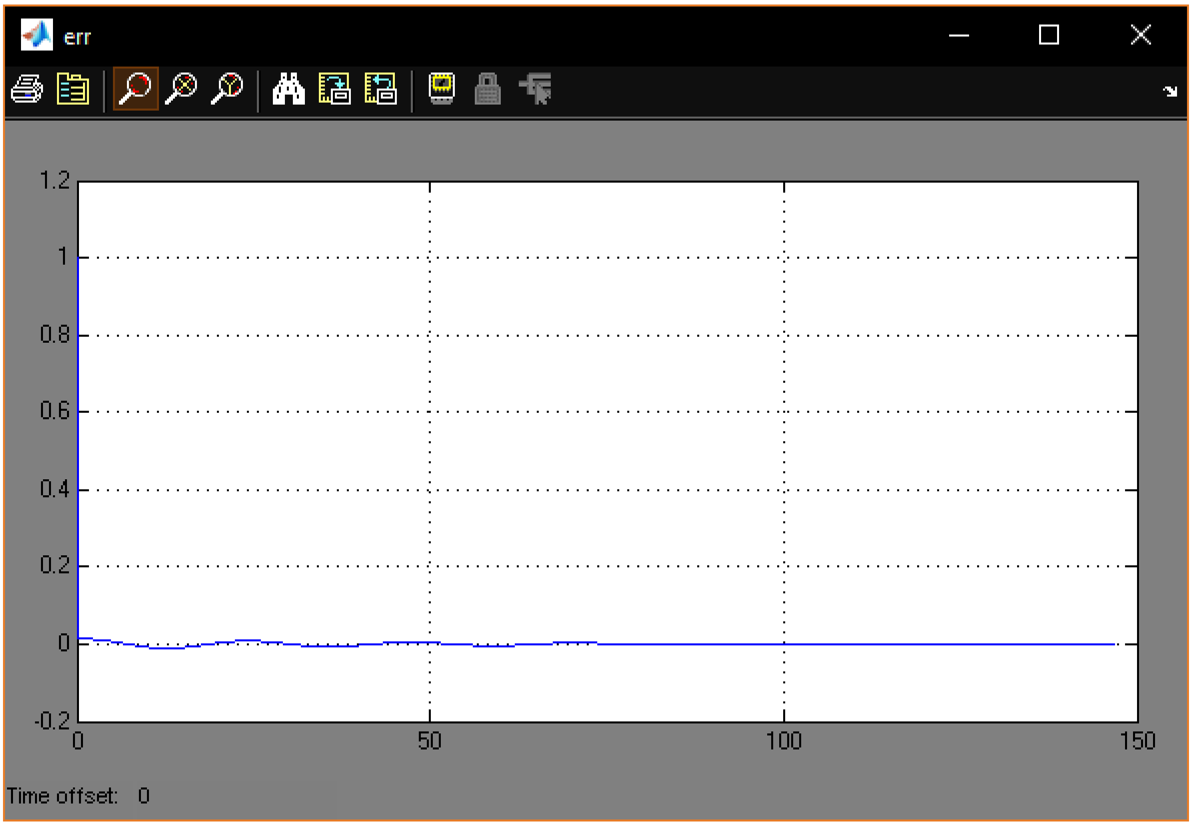
При подаче на вход линейно растущего сигнала:

$$C1 := \lim_{s \to 0} \left(W\delta(s) \cdot s \cdot \frac{1}{s^2} \right) \to 0.028571428571428571429$$

В этой формуле $W_\delta(s)$ – найденная ПФ по выходу δ; s – оператор Лапласа; $1/s^2$ – изображение линейно растущего сигнала по Лапласу.

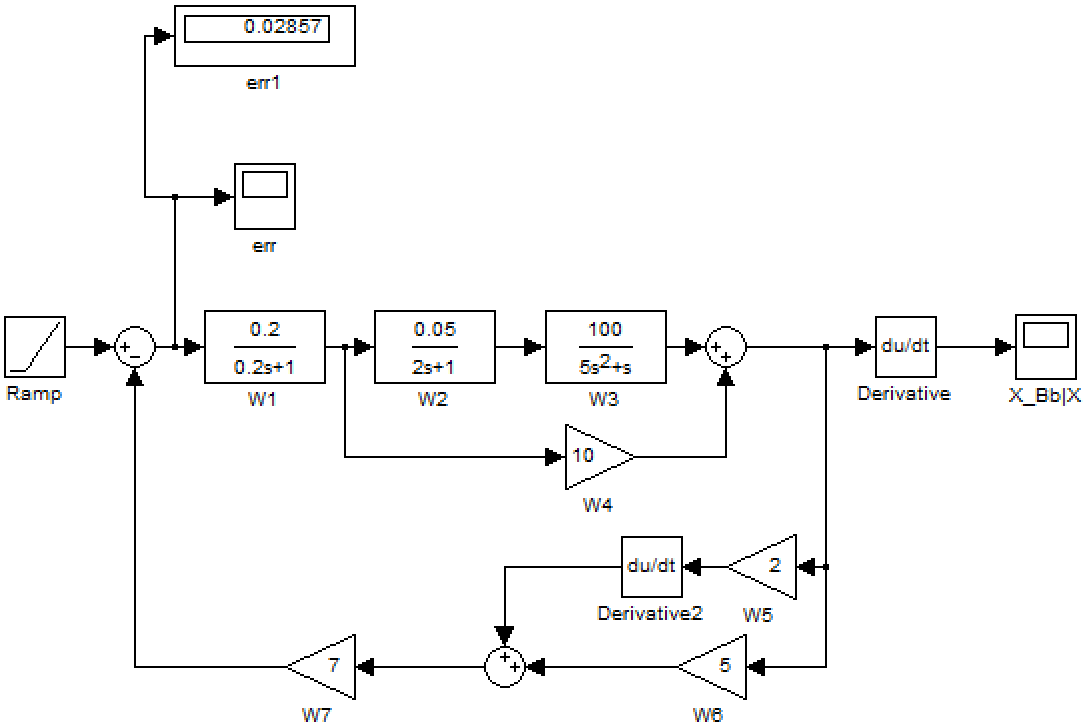
При подаче на вход системы константы:

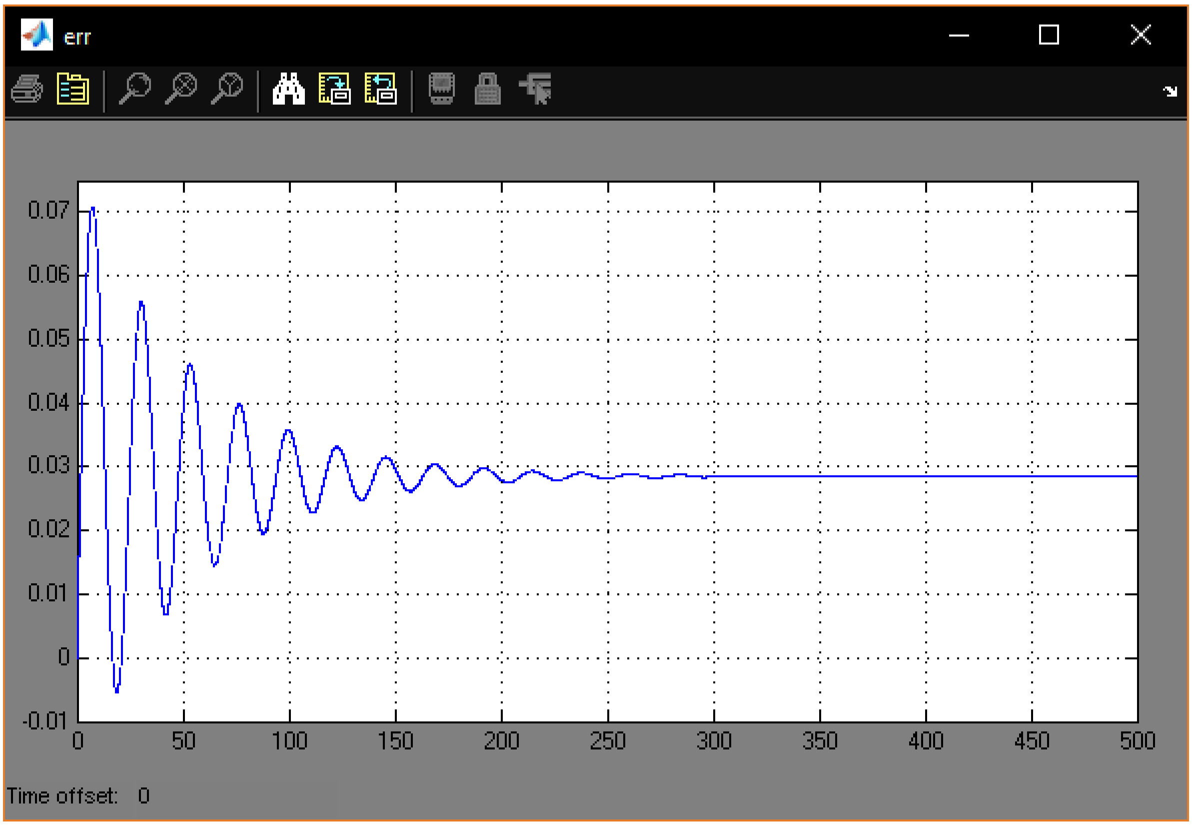




Установившееся значение δ: 0

При подаче на вход линейно растущего сигнала:





Установившееся значение δ: 0,02857